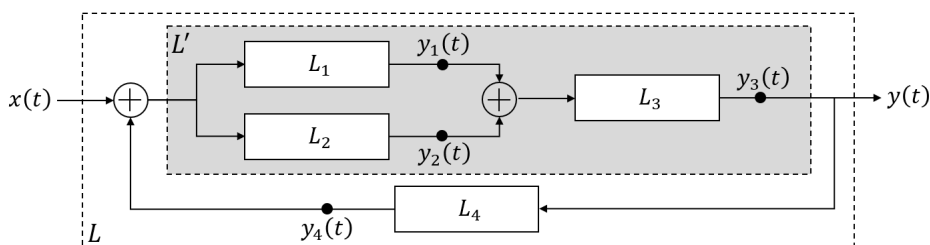


信号とシステム 試験問題 (担当: 馬場口・中村)

【1】奇信号および偶信号について、以下の問いに答えよ。

- (i) 実信号 $x(t)$ が奇信号/偶信号であるとは、 $x(t)$ がどのような条件を満たすことを指すか。それぞれ数式を用いて答えよ。また、奇信号および偶信号はその波形にどのような特性を有するか述べよ。
- (ii) 実信号 $x[n], y[n]$ について、各々の奇信号部を $x_o[n], y_o[n]$ とする。同様に、偶信号部を $x_e[n], y_e[n]$ とする。このとき、 $z[n] = x[n] * y[n]$ の奇信号部は $z_o[n] = x_o[n] * y_e[n] + x_e[n] * y_o[n]$ 、偶信号部は $z_e[n] = x_o[n] * y_o[n] + x_e[n] * y_e[n]$ となることを示せ。ただし、記号 $*$ は畳込みを表す。
- (iii) 実信号 $x(t)$ が偶信号であり、かつ、 $x(t)$ を T だけ時間シフトした信号が奇信号であるとき、その $x(t)$ は必ず周期信号となることを示せ。

【2】線形時不変な連続時間信号処理システム $L_1 \sim L_4$ を下図のように接続し、その全体を L とする。また、 $L_1 \sim L_3$ からなる部分を L' とする。 L に信号 $x(t)$ が入力された時の各 L_i の出力を $y_i(t)$ とし ($i = 1, 2, 3, 4$)、全体システム L の最終的な出力を $y(t)$ とする。 L_i のインパルス応答を $h_i(t)$ とするとき ($i = 1, 2, 3, 4$)、以下の問いに答えよ。



- (i) $i = 1, 2, 3, 4$ の各々について、 $y_i(t)$ を、 t, x, h_i, y_j ($j \neq i$) を用いて表せ。
- (ii) 問い (i) で答えた式を踏まえ、 L の入出力関係を、 t, x, y, h_i ($i = 1, 2, 3, 4$) のみを用いて表せ。
- (iii) 一般に、 $\mathcal{F}[p(t) * q(t)] = \mathcal{F}[p(t)]\mathcal{F}[q(t)]$ であることを示せ。ただし、記号 \mathcal{F} はフーリエ変換を表す。
- (iv) L のインパルス応答を $h(t)$ とする。問い (ii)(iii) の内容を踏まえ、 $t, \mathcal{F}, \mathcal{F}^{-1}, h_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) のみを用いて $h(t)$ を表せ。ただし、記号 \mathcal{F}^{-1} は逆フーリエ変換を表す。
- (v) $L_1 \sim L_3$ がいずれも BIBO 安定であるとき、 L' もまた BIBO 安定となることを示せ。

【3】人間に知覚可能な音の周波数の範囲 (可聴域) は有限であり、可聴域外の周波数成分を含む音波を聞いた場合、人間にはその成分が存在しないように感じられる。また、可聴域には個人差がある。いま、人物 A, B の可聴域の上限が各々 16000 [Hz], 20000 [Hz] であったとする (下限は考慮せず 0 [Hz] とする)。ここで、連続時間音声信号

$$x(t) = \cos(16000\pi t) + \sin(24000\pi t) + \sin(48000\pi t)$$

をサンプリング周波数 f_s (> 24000) [Hz] でサンプリングして得た離散時間信号を $x[n]$ 、その $x[n]$ からサンプリング定理に従って復元した連続時間信号を $y(t)$ とし、 $y(t)$ を A, B 両名の前で再生した場合を考える。以下の問いに答えよ。答えだけでなく理由や導出過程も述べること。

- (i) $x[n]$ の取得に際し、可聴域に関係なくエイリアシングを避けるには f_s をどのように設定すれば良いか。
- (ii) $\cos(2\pi ft + \theta)$ (ただし $\frac{f_s}{2} < f < f_s$) をサンプリングした場合と同一のサンプリング結果が得られるような正弦波のうち、周波数が 0 [Hz] 以上 f_s [Hz] 以下となる連続時間信号の式を求めよ。
- (iii) A には $x(t)$ と $y(t)$ が同一の音に感じられる一方、B には $y(t)$ に折り返し雑音が含まれているように感じられるのは、 f_s をどのように設定したときか。

【4】本講義の感想を述べよ (分量は任意とするが必ず記載すること)。