

信号とシステム 対面用試験問題 (担当: 馬場口・中村)

【1】入力信号 $x(t)$ に対し, 出力信号

$$y(t) = L[x(t)] = \frac{1}{b} \int_{t-a-b}^{t-a+b} x(\tau) \cos\left(\frac{\pi}{2b}(t-a-\tau)\right) d\tau$$

を出力する連続時間信号処理システム L を考える. ただし, a, b は実数の定数であり, $b > 0$ とする. このシステム L は線形かつ時不変であり, そのインパルス応答を $h(t)$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (i) システム L が線形かつ時不変であることを数式により示せ.
 - (ii) $h(t)$ を求め, その概形を図示せよ.
 - (iii) 一般に, 線形時不変な連続時間信号処理システムが因果的であることの必要十分条件は何か. インパルス応答の観点から数式を用いて答えよ. また, その式に基づき, L が因果的となるような a, b の範囲を ab 平面上に図示せよ.
 - (iv) 一般に, 線形時不変な連続時間信号処理システムが BIBO 安定であることの必要十分条件は何か. インパルス応答の観点から数式を用いて答えよ. また, その式に基づき, L の BIBO 安定性を論ぜよ.
- 【2】複素指数関数 $x(t) = e^{-j(400\pi t)}$ を均一サンプリングすることにより得られる離散時間信号を $x[n]$ とする. サンプリング周期を T [秒], サンプリング周波数を f_s [Hz] とするとき, 以下の問いに答えよ.
- (i) 複素指数関数において「周波数」とはどのような値か, その意味を述べよ. 特に, 正の周波数と負の周波数の違いについて触れること.
 - (ii) エイリアシングを生じることなく $x(t)$ をサンプリングするためには T がどのような条件を満たす必要があるか, 理由とともに述べよ.
 - (iii) $x[n]$ は一般に正規化周波数 F ($-0.5 < F \leq 0.5$) を用いて $x[n] = e^{j(2\pi F n)}$ と表せる. $f_s = 90$ のときの F の値を求めよ.
 - (iv) $x[n] = e^{j(\frac{2}{3}\pi n)}$ となるような f_s の値を, $f_s \geq 60$ の範囲で全て求めよ.

【3】連続時間信号 $x(t), y(t)$ に対し, それらの間に演算 \diamond を

$$x(t) \diamond y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{x(\tau - t)} y(\tau) d\tau$$

と定義する. $x(t), y(t)$ のフーリエ変換をそれぞれ $X(\omega), Y(\omega)$ とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (i) $x(t) \diamond y(t)$ のフーリエ変換を, X および Y を用いて表せ.
 - (ii) 演算 \diamond において可換則, 分配則, 結合則が成り立つか否かを, 問い (i) の結果を利用して論ぜよ.
- 【4】本講義の感想を述べよ (分量は任意とするが必ず記載すること).