2018 年 1 月 30 日

信号とシステム　試験問題（担当：馬場口・中村）

【1】 離散時間システム L の入力信号、出力信号を各々$x[n]$、$y[n]$（n は時間を表す整数）とし、その入出力関係を

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} 2^{k-n} x[k+1]$$

とする。以下の問いに答えよ。

(1) L が線形、時不変であるか否かを数式を用いて調べよ。

(2) L のインパルス応答を求め、図示せよ。但し、インパルス応答は総和記号 $\sum$ を含まない数式で表すこと。

(3) インパルス応答を用いて、L の BIBO 安定性、因果性を調べよ。

(4) L のステップ応答を求めよ。

【2】孤立波

$$q(t) \ = \ \begin{cases} 1 & (0 \leqq t < 1) \\ 0 & (t < 0,\ 1 \leqq t) \end{cases}$$

を用いて、周期的な連続時間信号 $x(t)$ を

$$x(t) \ = \ \sum_{m=-\infty}^{\infty} q(t-2m)$$

と定義する。$x(t)$ のフーリエ変換を $X(\omega) = \mathcal{F}[x(t)]$ と表し、$X(\omega)$ の逆フーリエ変換を $x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(\omega)]$ と表す。また、$x(t)$ をサンプリング周波数 f_s[Hz] で均一サンプリングすることにより得られる離散時間信号を $x[n]$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1) $x(t)$ を図示するとともに、それが確かに周期信号となっていることを数式を用いて示せ。また、$x(t)$ の基本周期 T_0 および基本角周波数 ω_0 を求めよ。

(2) $x(t)$ をフーリエ級数に展開せよ。

(3) フーリエ変換 $X(\omega)$ の絶対値 $|X(\omega)|$ および偏角 $\angle X(\omega)$ を一般に何と呼ぶか答えよ。また、各々の意味を簡単に説明せよ。

(4) $\mathcal{F}^{-1}[2\pi\delta(\omega-\omega')] = e^{j\omega' t}$ となることを示せ。ただし ω' は任意の実定数とする。

(5) 問い (2)(4) の結果をもとに、

$$X(\omega) \ = \ \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\pi a_k \delta(\omega - k\omega_0)$$

となることを示せ。ただし、a_k は $x(t)$ をフーリエ級数に展開した際のフーリエ係数である。

(6) $x[n]$ を具体的な数式で表せ。

(7) 一般に、サンプリングに際しエイリアシングが生じないためにはどのような条件が必要か、述べよ。

(8) サンプリング定理により本問の $x(t)$ を $x[n]$ から完全に復元することは f_s の値によらず不可能である。この理由を述べよ。

【3】 本講義の感想を述べよ。（分量は任意とするが必ず記載すること。）