2013 年 2 月 12 日

信号とシステム　試験問題 （担当：馬場口 登）

【1】次の信号が周期的かどうかを調べ、周期的である場合は基本周期を求めよ。

(i) $\cos t + \sin\sqrt{2}t$　　(t は実数)

(ii) $\cos^2 \dfrac{\pi}{8}n$　　(n は整数)

【2】連続時間信号

$$x(t) = \cos 100\pi t$$

について、以下の問に答えよ。

(i) ナイキスト周波数を求めよ。

(ii) $x(t)$ をサンプリング周波数 200Hz でサンプリングして得られる離散時間信号 $x_1[n]$ を求めよ。

(iii) $x(t)$ をサンプリング周波数 75Hz でサンプリングして得られる離散時間信号を $x_2[n]$ とする。いま、周波数 $f(0 < f < \dfrac{75}{2})$Hz の正弦波信号 $\cos 2\pi ft$ を同じ 75Hz でサンプリングしたとき、同一の離散時間信号 $x_2[n]$ が得られる周波数 f を求めよ。

【3】離散時間システムの入力信号、出力信号を $x[n]$、$y[n]$ とする。このシステムの入出力関係を

$$y[n] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k], \qquad (n_0 > 0)$$

とする。

(i) このシステムが線形時不変であることを証明せよ。

(ii) インパルス応答を求め、図示せよ。

(iii) <u>インパルス応答を基に</u>、このシステムの因果性と BIBO 安定性を評価せよ。

【4】以下の連続時間信号について問に答えよ。

$$x(t) = e^{-at^2}, \quad (a > 0)$$

(i) $x(t)$ の概形を図示せよ。

(ii) フーリエ変換 $X(\omega)$ の定義式

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-at^2} e^{-j\omega t} dt$$

を ω で微分して、微分方程式

$$\frac{dX(\omega)}{d\omega} = -\frac{\omega}{2a} X(\omega)$$

を導出せよ。（ヒント：導出過程で部分積分を用いる。）

(iii) 問 (ii) の微分方程式を解き、$X(\omega)$ を求めよ。また $X(\omega)$ の概形を図示せよ。（ヒント：$X(0)$ より積分定数を定める。このとき、ガウス積分 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-s^2} ds = \sqrt{\pi}$ を用いる。）

【5】本講義の感想を述べよ。（分量は任意とするが必ず記載すること。）