2003年9月19日

信号システム理論　試験問題

担当：馬場口　登

1. 離散時間信号について以下の各問に答えよ．

   (a) 離散時間の2つの正弦波信号を
   $$x_1[n] = A\cos(\Omega_1 n + \phi)$$
   $$x_2[n] = A\cos(\Omega_2 n + \phi)$$
   とする．但し，Aは振幅，Ω_1,Ω_2は周波数（$\Omega_2 > \Omega_1 > 0$），ϕは位相，nは整数である．

      (i) $x_1[n]$が周期的であるための条件を求めよ．

      (ii) すべての整数nについて$x_1[n] = x_2[n]$となるための条件を求めよ．

   (b) 離散時間の単位ステップ信号$u[n]$と単位インパルス信号$\delta[n]$を考える．

      (i) $\delta[n]$を$u[n]$で表せ．

      (ii) $u[n]$を$\delta[n]$で表せ．

      (iii) 任意の信号$x[n]$を$\delta[n]$で表せ．

2. 以下の問に答えよ．

   (a) 連続時間信号$e^{j\omega' t}$のフーリエ変換が$2\pi\delta(\omega - \omega')$となることを示せ．ここで，$\delta$はDiracのデルタ関数である．

   (b) 連続時間信号$x(t)$と$y(t)$の積$x(t)y(t)$のフーリエ変換が$\frac{1}{2\pi}(X(\omega) * Y(\omega))$となることを示せ．ただし，$X(\omega)$，$Y(\omega)$はそれぞれ$x(t)$，$y(t)$のフーリエ変換を表し，$X(\omega) * Y(\omega)$は$X(\omega)$と$Y(\omega)$の畳込みを表す．

   (c) 周期$T(>0)$のインパルス列$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$をフーリエ級数展開して
   $$p(t) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn(2\pi/T)t}$$
   となることを示せ．

   (d) $p(t)$のフーリエ変換$P(\omega)$が
   $$\frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \frac{2\pi}{T}\cdot n)$$
   となることを示せ．（ヒント：問(a)の結果を使え）

   (e) 信号$x(t)$を周期Tでサンプリングした信号$x_s(t)$は$x(t)$と$p(t)$との積で表され，
   $$x_s(t) = x(t)p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t - nT)$$
   となる．$x_s(t)$のフーリエ変換$X_s(\omega)$を求めよ．（ヒント：問(b)の結果を使え）

3. 本講義の感想を述べよ．（分量は任意とするが必ず記載すること）