

デジタル信号処理 試験問題 (担当: 馬場口・中村)

【1】長さ N の実信号 $x[n]$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$) について、その N 点 DFT を $X[k]$ ($k = 0, 1, \dots, N-1$) とする。以下の問いに答えよ。ただし、 N は 2 のべき乗かつ 4 以上の整数とする。

- (i) $x[n]$ が実信号であることを活用せず、通常の間引き FFT アルゴリズムにより $X[k]$ を計算する手順を、数式を交えて説明せよ。
- (ii) $X[N-k] = \overline{X[k]}$ ($k = 1, \dots, N-1$) を示せ。
- (iii) $N = 4$ における DFT 行列 (次式を満たす \mathbf{F}_4) を求めよ。回転因子やネイピア数を用いずに記すこと。また、4 点 DFT の計算に必要な複素乗算の回数を理由とともに答えよ。

$$\begin{pmatrix} X[0] \\ X[1] \\ X[2] \\ X[3] \end{pmatrix} = \mathbf{F}_4 \begin{pmatrix} x[0] \\ x[1] \\ x[2] \\ x[3] \end{pmatrix}$$

- (iv) 問い (ii)(iii) の内容を踏まえ、 $X[k]$ を求めるのに必要な複素乗算の回数がおおよそ $\frac{N}{4} \log_2 N$ となるように、問い (i) の手順を拡張せよ。

【2】図 1 に示す離散時間信号処理システム L について、以下の問いに答えよ。ただし、 a は実数の定数であり、 $x[n]$, $y[n]$ はそれぞれ入力信号、出力信号を表す。また、 \oplus は加算器を、 \triangleright は係数乗算器を、 \boxed{D} は 1 ステップ遅延器を表す。

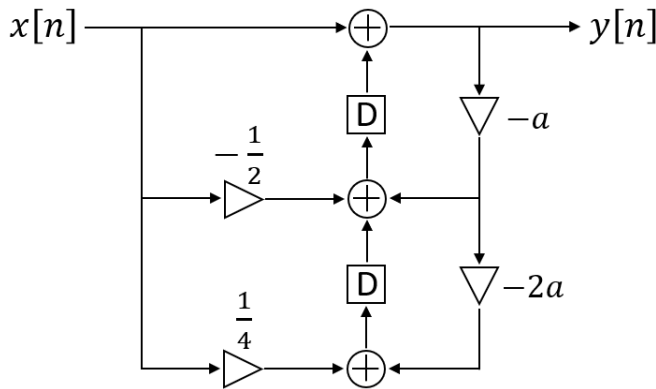


図 1: システム L のブロックダイアグラム

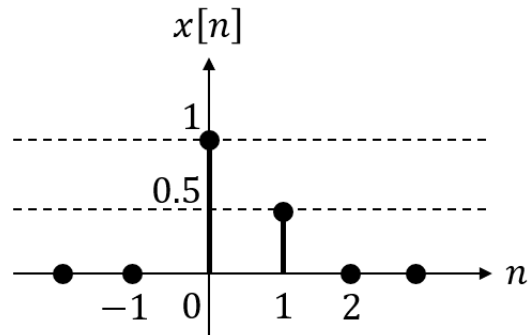


図 2: L に入力する信号

- (i) システム L の伝達関数 $H(z)$ を求めよ。
- (ii) $H(z)$ の極と零点を全て求め、 z 平面上に図示せよ。
- (iii) L が BIBO 安定となるのは a がどのような条件を満たすときか、伝達関数を基に答えよ。
- (iv) L に対し、図 2 の信号を $x[n]$ として入力したところ、出力として次の信号が得られた ($u[n]$ は単位ステップ信号)。このときの a の値を求めよ。

$$y[n] = -2\delta[n] - \delta[n-1] + 3\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n]$$

- (v) 問い (iv) と同じ条件 (a の値) の下で L に $x[n] = \delta[n]$ を入力したときの出力信号を求めよ。

以下、【3】【4】に関しては、それぞれの解答を解答欄の図4、5及び空欄に記入すること。

【3】 図3の画像を2次元DFT (2-DFT)、2次元DCT (2-DCT) するものとする。但し、係数は省略してある。

$$2\text{-DFT: } X^F(u, v) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x[n, m] \exp \left\{ \frac{-(un + vm)2\pi}{N} j \right\}$$

$$2\text{-DCT: } X^c(u, v) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} x[n, m] \cos \frac{(2n + 1)u\pi}{2N} \cos \frac{(2m + 1)v\pi}{2N}$$

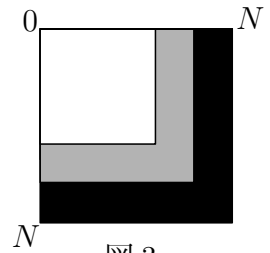


図3

- (i) 2-DFT は図3の画像についてどのような仮定をして変換したものか、解答欄の図4に示せ。
- (ii) 2-DCT はある仮定のもとで、2-DFT を施したものと解釈できる。図3の画像についてどのような仮定をして変換したものか、解答欄の図5に示せ。
- (iii) 問い(i)(ii)の結果より2-DCTの方が特定の周波数成分にエネルギーが集中する理由を考察せよ。

【4】 図6はDCT方式のJPEGの符号化プロセスである。以下の問いに答えよ。

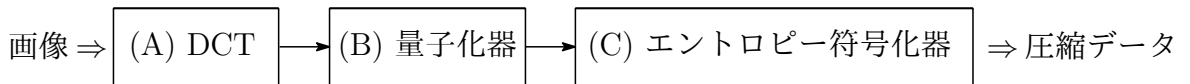


図6

- (i) 図6(A)~(C)の各処理ステップの詳細を述べよ。
- (ii) JPEGでは圧縮度を制御できるが、圧縮度を大きくすると画像にどのような雑音がかかるかモデル図を示せ。

----- (以下、解答欄 (裏面も使用可)) -----

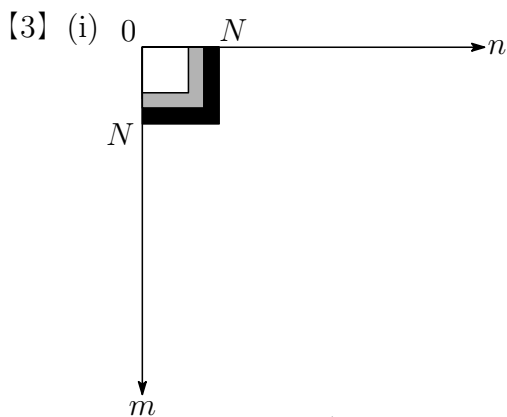


図4

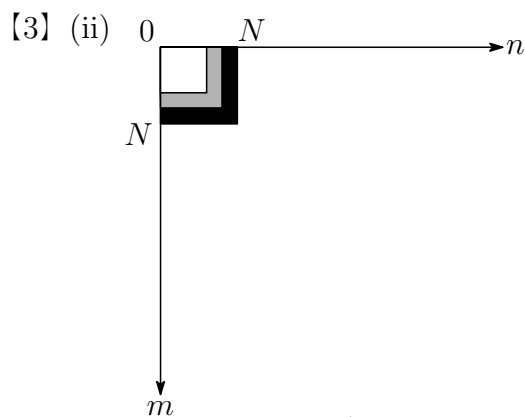


図5