

デジタル信号処理 試験問題 (担当: 馬場口 登, 中村 和晃)

- 【1】リアルタイムに観測される音声信号 $x[n]$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を長さ N のブロックに分割し、ブロックごとに処理を行う場合を考える. すなわち, i 番目のブロック B_i を

$$B_i = (x[(i-1)N], x[(i-1)N+1], \dots, x[iN-1])$$

として, $x[iN-1]$ が観測された時点でただちに B_i に対する処理を開始し, 出力ブロック

$$B'_i = (y[(i-1)N], y[(i-1)N+1], \dots, y[iN-1])$$

を生成する ($i = 1, 2, \dots$). 以上を繰り返すことにより出力信号 $y[n]$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を得る. ブロックごとの処理は,

- (a) N 点 DFT: B_i を DFT 係数 $X[k]$ ($k = 0, 1, \dots, N-1$) に変換
- (b) DFT 係数に対する演算: 各 k について $Y[k] = \cos\left(\frac{\pi}{N}k\right) e^{-j\frac{\pi}{N}k} X[k]$
- (c) N 点 IDFT: $Y[k]$ ($k = 0, 1, \dots, N-1$) を B'_i に変換

の三つからなり, このうち (a) および (c) の実行においては, 複素乗算 1 回につき 2^{-16} [秒] を要し, それ以外の計算時間は全て無視できるとする. 一方, (b) の実行においては, 一つの k につき 3×2^{-15} [秒] の計算時間を要するものとする. $x[n]$ のサンプリングレートが 2^{12} [Hz] であるとき, 以下の問いに答えよ. ただし, N は 2 のべき乗とする.

- (i) 上記の処理が成立するためには, $x[iN-1]$ が観測されるまでに B_{i-1} に対する処理が完了していなければならない ($i \geq 2$). このことを踏まえ, (a)(b)(c) の計算時間の合計は何秒以下である必要があるか. 理由を明記して答えよ.
- (ii) (a)(c) を各々の定義式の直接計算により実行するものとする, 上記の処理を成立させるためには N がどのような条件を満たす必要があるか. また, (a)(c) に FFT アルゴリズムを適用する場合ではどうか. それぞれ, 理由を明記して答えよ.
- (iii) (c) を FFT アルゴリズムにより実行する手順を, 数式を交えて説明せよ.
- (iv) 次の信号について, その N 点 DFT を求めよ.

$$h[n] = \begin{cases} \frac{1}{2} & (n = 0, 1) \\ 0 & (n = 2, \dots, N-1) \end{cases}$$

- (v) (b) は, 時間領域においてはどのような処理を行ったことに相当するか. 問い (iv) の結果を踏まえて答えよ.

- 【2】線形時不変かつ因果的な離散時間信号処理システム L について, その伝達関数が $H(z) = \frac{4z^2}{4bz^2 - 4bz - a + b}$ であるとする (a, b は実数の定数, かつ $b > 0$). 以下の問いに答えよ.

- (i) L に対する入力 $x[n]$ と出力 $y[n]$ の関係を入出力差分方程式で表せ.
- (ii) $b = 1$ のとき, L が BIBO 安定となるような a の範囲を求めよ.
- (iii) $a = b$ のとき, L の振幅特性および位相特性を求めよ.
- (iv) $a = \frac{1}{9}, b = 1$ のとき, L のインパルス応答を求めよ.

- 【3】現在の JPEG の標準化では DCT を用いているが, これを DFT に変えると, 風景写真に対する圧縮率はどのようになると推察できるか述べ, その理由を詳しく説明せよ.

- 【4】本講義の感想を述べよ (分量は任意とするが必ず記載すること).