令和 2 年 1 月 28 日

ディジタル信号処理　試験問題（担当： 馬場口 登，中村 和晃）

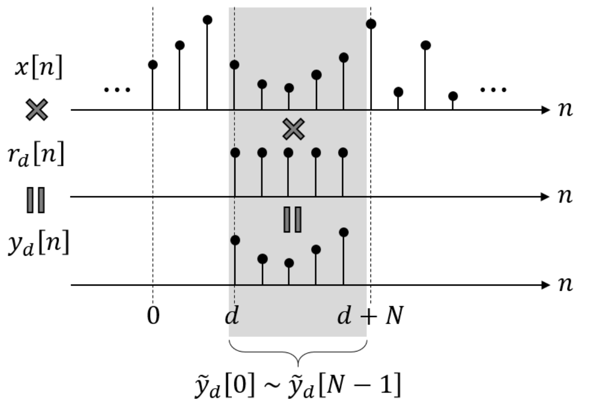

図 1: 窓関数による $x[n]$ からの $y_d[n]$ の生成

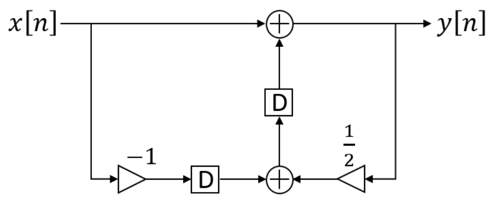

図 2: システム L のブロック線図

【1】図 1 に示すように，離散時間信号 $x[n]$ に長さ N の窓関数

$$r_d[n] = \begin{cases} 1 & (d \leqq n < d+N) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases}$$

を適用することにより信号 $y_d[n] = x[n]r_d[n]$ を生成する場合を考え，$x[n] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} X(\Omega)$，$r_d[n] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} R_d(\Omega)$，$y_d[n] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} Y_d(\Omega)$ とする．また，生成した $y_d[n]$ における 0 でない区間，すなわち $y_d[n]$ $(d \leqq n < d+N)$ を改めて $\tilde{y}_d[m]$ $(0 \leqq m < N)$ とおき，$\tilde{y}_d[m] \overset{\text{DFT}}{\longleftrightarrow} \tilde{Y}_d[k]$ とする．このとき，以下の問いに答えよ．

(i) $r_0[n]$ は矩形窓と呼ばれる窓関数である．その振幅スペクトル $|R_0(\Omega)|$ の概形を図示し，その図を基に矩形窓の長所と短所を簡単に論ぜよ．

(ii) $r_d[n]$ は $r_0[n]$ を時間シフトしたものに他ならない．この関係を数式を用いて表せ．また，その関係式に基づき，$R_d(\Omega) = R_0(\Omega)e^{-j\Omega d}$ を示せ．

(iii) $R_0(\Omega)$ を求めよ．

(iv) 一般に，$f[n] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} F(\Omega)$ かつ $g[n] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} G(\Omega)$ ならば $f[n]g[n] \overset{\text{DTFT}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{2\pi}F(\Omega) \otimes G(\Omega)$ となることを示せ．ただし $\otimes$ は周期的畳込みを表す演算子である．

(v) 問い (ii)(iii)(iv) の結果を踏まえ，$Y_d(\Omega)$ を $X(\Omega)$ および演算子 $\otimes$ を用いて表せ．

(vi) N を 2 のべき乗とし，$\tilde{Y}_d[k]$ の計算に時間間引き FFT を用いるとする．このとき，ある正整数 L に対し $0 \leqq d < L$ を満たす全ての d について $\tilde{Y}_d[k]$ $(k = 0, 1, \cdots, N-1)$ を計算するためには何回の複素乗算が必要となるか．理由とともに答えよ．

【2】図 2 のブロック線図で表される離散時間信号処理システム L について，以下の問いに答えよ．ただし，図 2 において，$x[n]$，$y[n]$ はそれぞれ入力および出力の信号を表す．また，$\oplus$ は加算器を，$\triangleright$ は係数乗算器を，$\boxed{\text{D}}$ は 1 ステップ遅延器を表す．

(i) L を入出力差分方程式の形で表せ．

(ii) L の伝達関数 $H(z)$ を求めよ．

(iii) $H(z)$ の極と零点を求め，図示せよ．また，その結果を基に L の BIBO 安定性を論ぜよ．

(iv) L の周波数応答 $H(\Omega)$ を求めよ．

(v) L の振幅特性 $|H(\Omega)|$ および位相特性 $\angle H(\Omega)$ を求めよ．

【3】本講義の感想を述べよ（分量は任意とするが必ず記載すること）．