

## デジタル信号処理 試験問題 (担当: 馬場口 登, 中村 和晃)

【1】 整数  $l$  を用いて, 離散時間信号  $x[n]$  ( $n$ : 整数) を

$$x[n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} p[n - 2lN], \quad p[n] = u[n] - u[n - N]$$

と定義する. ただし,  $u[n]$  は離散時間の単位ステップ信号であり, 定数  $N$  は正の整数である. 上記の  $x[n]$  に対し矩形窓

$$w[n] = \begin{cases} 1 & (0 \leq n < M) \\ 0 & (n < 0, M \leq n) \end{cases}$$

を適用して有限長信号  $y[n] = x[n]w[n]$  ( $n = 0, 1, \dots, M-1$ ) を取り出し, この  $y[n]$  に離散フーリエ変換 DFT を適用することを考える. ただし, 定数  $M$  は正の整数である.  $w[n]$  の離散時間フーリエ変換 DTFT を  $W(\Omega)$  とし,  $y[n]$  の DFT を  $Y[k]$  ( $k = 0, 1, \dots, M-1$ ) とするとき, 以下の問いに答えよ.

- (i)  $x[n]$  および  $w[n]$  を図示せよ.
- (ii)  $|\Omega| \leq \pi$  の範囲において  $|W(\Omega)|$  を求め, その概形を図示せよ. また, 窓関数におけるメインローブ, サイドローブとはそれぞれ何を指すか, 図中に明記せよ.
- (iii) メインローブおよびサイドローブはそれぞれどのような性質を満たすのが望ましいか. 理由とともに答えよ.
- (iv) 問い (iii) で述べた性質の観点から矩形窓の長所と短所を述べよ. また, その短所を (長所が犠牲になるとしても) 改善できるような窓関数にはどのようなものがあるか. 具体例を挙げ, 矩形窓との違いを述べよ.
- (v)  $M = N$  のとき,  $Y[k]$  を求めよ.
- (vi) DFT を効率的に計算する手法である高速フーリエ変換 FFT について, その原理や性質 (計算量など) をできる限り詳しく説明せよ. 適宜数式を用いても良い.

【2】 入出力差分方程式

$$y[n] = ay[n - 1] + (1 - a)x[n]$$

により表される離散時間信号処理システム  $L$  について, 以下の問いに答えよ. ただし  $x[n], y[n]$  ( $n$ : 整数) はそれぞれ入力信号および出力信号を表し, また, 実定数  $a$  は  $a \neq 0$  かつ  $a \neq 1$  とする.

- (i)  $L$  の伝達関数  $H(z)$  を求めよ.
- (ii) システムの BIBO 安定性とはどのような性質か, その定義を述べよ. また, システムが BIBO 安定となるための必要十分条件を伝達関数の観点から答えよ.
- (iii) 問い (ii) の条件に基づいて,  $L$  が BIBO 安定となるような  $a$  の範囲を求めよ.
- (iv)  $L$  のインパルス応答  $h[n]$  を求めよ. また, その結果を踏まえ,  $L$  が FIR システムと IIR システムの何れであるかを答えよ.

【3】 本講義の感想を述べよ (分量は任意とするが必ず記載すること).