

デジタル信号処理 試験問題 (担当: 馬場口 登、中村 和晃)

- 【1】長さ N の離散時間信号 $x[n]$ ($n = 0, 1, \dots, N-1$) に対し, その離散フーリエ変換 (DFT; discrete Fourier transform)

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{nk} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

を計算することを考える. ただし, W_N は 1 の N 乗根であり,

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$$

と定義される. N が整数 r ($r \geq 0$) を用いて $N = 3 \cdot 2^r$ と表されるとき, 以下の問いに答えよ.

- (i) $r = 0$ のとき, N 点 DFT の変換行列を示せ. また, その変換行列に従って 3 点 DFT を計算する際に必要となる複素乗算の回数を答えよ.
 - (ii) 問い (i) の変換行列を用いて, $x[0] = 1$, $x[1] = \sqrt{3}j$, $x[2] = -\sqrt{3}j$ の 3 点 DFT を求めよ.
 - (iii) $r \geq 1$ のとき, $X[k]$ を求める問題は, 2 つの $\frac{N}{2}$ 点 DFT を計算する問題へと分割することにより効率的に解くことができる. この手順を詳細に説明せよ.
 - (iv) 問い (iii) の内容を踏まえ, $N = 3 \cdot 2^r$ と表される場合に $X[k]$ を高速に求める方法を述べよ. また, その方法により N 点 DFT を計算する際に必要となる複素乗算の回数を議論せよ.
- 【2】入力信号を $x[n]$, 出力信号を $y[n]$ として, 2 つの離散時間信号処理システム

$$L_M: \quad y[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x[n-1])$$

$$L_D: \quad y[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[n-1])$$

を考える. 一般に, L_M は平均化フィルタ, L_D は差分フィルタと呼ばれる. これらを縦続接続し, 更に信号値を 2 倍にする係数乗算器を縦続接続した信号処理システムを L とする. すなわち, L の出力は $y[n] = L[x[n]] = 2L_D[L_M[x[n]]]$ で与えられる. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (i) L_M および L_D の振幅特性を導出し, それを根拠として, L_M , L_D がそれぞれどのような周波数成分の低減に適しているか論ぜよ.
 - (ii) L の伝達関数を求めよ. また, その結果をもとに L をブロック線図で表せ (ブロック線図とは, 遅延器を \boxed{D} , 加算器を \oplus , 係数乗算器を数字付きの \triangleright として, これらを信号の流れを表す矢印によりつないだ図のことである).
 - (iii) L の振幅特性と位相特性を求め, 図示せよ. また, その結果をもとに, L がどのような周波数成分を通過または減衰させるフィルタとして機能するか論ぜよ.
- 【3】画像圧縮方式 JPEG に関して, 以下の問いに答えよ.
- (i) JPEG 符号化器のブロック図を描け.
 - (ii) JPEG で用いられている画像変換について詳述せよ.
 - (iii) イラストや線画に対し JPEG を適用するとどのようなようになるか述べよ.
- 【4】本講義の感想を述べよ (分量は任意とするが必ず記載すること).