

デジタル信号処理 試験問題 (担当: 馬場口 登)

【1】 離散フーリエ変換 DFT と離散コサイン変換 DCT について以下の問いに答えよ。

- (i) 8 点 DFT および 8 点 DCT の変換行列をそれぞれ示せ。
- (ii) 8 点 DFT を FFT で計算するときの信号フローグラフを示せ。このとき複素乗算, 複素加算はそれぞれ何回必要か答えよ。
- (iii) 8 点 DCT を FFT で計算する手順の概略を示せ。
- (iv) DCT の応用として, 画像の圧縮方式である JPEG がある。JPEG に関して以下の問いに答えよ。
 - (a) JPEG で DCT が採用された理由を述べよ。
 - (b) JPEG 符号化のブロック図を示し, ブロック図を構成する各要素の役割を詳述せよ。

【2】 入出力差分方程式

$$y[n] = \frac{3}{4}y[n-1] - \frac{1}{16}y[n-3] + x[n] - \frac{1}{8}x[n-2] + \frac{1}{8}x[n-3]$$

で表される離散時間信号処理システム L_1 について以下の問いに答えよ。ただし, $x[n]$, $y[n]$ はそれぞれ入力信号, 出力信号を表すものとする。

- (i) システム L_1 の伝達関数 $H(z)$ を求めよ。
- (ii) システム L_1 は BIBO 安定であるか否か, 伝達関数をもとに判定せよ。
- (iii) 問い (i) の伝達関数 $H(z)$ は部分分数展開法により以下のような形で表現できる。この式の係数 A, B, C, D を求めよ。

$$H(z) = A + B\frac{4z}{4z+1} + C\frac{2z}{2z-1} + D\frac{4z^2}{(2z-1)^2}$$

(iv) 信号 $w[n] = (n+1)a^n u[n]$ の z 変換は

$$W(z) = \frac{1}{(1-az^{-1})^2} \quad (\text{ROC} : |a| < |z|)$$

となる (すなわち $(n+1)a^n u[n] \xleftrightarrow{z} \frac{1}{(1-az^{-1})^2}$)。このことを次の手順で証明せよ。ただし, a は実数の定数であり, $u[n]$ は単位ステップ関数である。

- (a) $f[n] \xleftrightarrow{z} F(z)$ (ROC : R) ならば $nf[n] \xleftrightarrow{z} -z\frac{d}{dz}F(z)$ (ROC : R) であることを示せ (ヒント: べき級数は項別微分可能であり, それにより得られる級数の ROC は元の級数の ROC に一致する)。
- (b) 問い (a) の z 変換対を用いて, $(n+1)a^n u[n] \xleftrightarrow{z} \frac{1}{(1-az^{-1})^2}$ を示せ。
- (v) 問い (iii)(iv) の結果を踏まえ, システム L_1 のインパルス応答 $h[n]$ を求めよ。

【3】 本講義の感想を述べよ (分量は任意とするが必ず記載すること)。