

## デジタル信号処理 試験問題 (担当: 馬場口 登)

1. 離散時間信号  $x[n]$  は実数値を持つものとする。  $x[n]$ ,  $(n = 0, \dots, N - 1)$  の  $N$  点離散フーリエ変換 (DFT) を  $X[k]$ ,  $(k = 0, \dots, N - 1)$  とするとき、

$$x[n] \xleftrightarrow{\text{DFT}} X[k] \triangleq A[k] + jB[k] \triangleq |X[k]|e^{j\angle X[k]}, \quad (j^2 = -1)$$

以下の問いに答えよ。

- (i)  $X[k]$  が周期  $N$  の周期関数であることを示せ。  
 (ii)  $x[-n]_N \xleftrightarrow{\text{DFT}} X[-k]_N$  を示せ。但し、 $[\ ]_N$  はカッコ内の整数を  $N$  で割った余りを表す。  
 (iii)  $X[-k]_N = \overline{X[k]}$  を示せ。但し、 $\overline{X[k]}$  は  $X[k]$  の複素共役である。  
 (iv)  $x[n]$  の偶信号部を  $x_e[n]$ 、奇信号部を  $x_o[n]$  として  $x[n] = x_e[n] + x_o[n]$  とする。

$$x_e[n] \xleftrightarrow{\text{DFT}} \text{Re}[X[k]] = A[k]$$

$$x_o[n] \xleftrightarrow{\text{DFT}} j\text{Im}[X[k]] = jB[k]$$

であることを示せ。但し、 $\text{Re}[\ ]$ 、 $\text{Im}[\ ]$  は各々複素数の実部と虚部を表す。

- (v)  $A[k]$ 、 $B[k]$ 、 $|X[k]|$ 、 $\angle X[k]$  は各々、偶関数、奇関数のいずれになるか。数式を用いて説明せよ。
2. 線形時不変離散時間システムが因果性を持つとき、以下の問いに答えよ。

- (i) システムのインパルス応答は

$$n < 0 \text{ のとき } h[n] = 0$$

という条件を持つ。このとき伝達関数  $H(z)$  における上に対応する条件は、

$$H(z) \text{ の ROC が半径 } r \text{ の円の外部領域、すなわち } |z| > r$$

となることを示せ。

- (ii) システムの伝達関数が  $H(z) = \frac{1+z^{-1}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$  であり、かつシステムの入力  $y[n]$  が  $y[n] = -\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n u[n] - \frac{3}{4}(2)^n u[-n-1]$  であるとき、入力信号  $x[n]$  を求めよ。但し、 $u[n]$  は単位ステップ信号とする。

3. 離散時間信号  $x[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$ ,  $(n = 0, 1, \dots, 31)$  について以下の問いに答えよ。

- (i) 32 点 DFT を求めよ。  
 (ii) FFT を用いて計算すると、どの程度、計算の手間が削減されるか述べよ。
4. 本講義の感想を述べよ。(分量は任意とするが必ず記載すること)