

デジタル信号処理 試験問題 (担当: 馬場口 登)

【1】 離散フーリエ変換 DFT と高速フーリエ変換 FFT に関する以下の問いに答えよ。

- (i) 周波数 f Hz の複素正弦波信号 $x(t) = e^{j2\pi ft}$ を, サンプル周波数 f_s Hz でサンプリングして得られる離散時間信号 $x[n]$ は, $x[n] = e^{j2\pi \frac{f}{f_s} n}$ となることを示せ。
- (ii) 1 秒の連続時間信号 $y(t)$ をサンプリングして, N 個のサンプル値からなる離散時間信号 $y[n]$ ($n = 0, \dots, N - 1$) を生成したとする。離散時間信号 $y[n]$ の N 点 DFT を計算した場合, DFT 係数 $Y[k]$ ($k = 0, \dots, N - 1$) はそれぞれ何 Hz の周波数成分に相当するか。(i) の結果に基づいて答えよ。
- (iii) N 点 DFT において, DFT 係数間の周波数間隔は何 Hz か。
- (iv) FFT における高速化のための工夫, および時間間引き FFT と周波数間引き FFT について説明せよ。
- (v) N 個の DFT 係数を直接計算 (FFT を用いずに) するのに必要な複素乗算は何回か。また, N 個の DFT 係数を FFT を用いて計算する場合, 必要な複素乗算は何回か。
- (vi) N 個の DFT 係数のうち M 個だけを直接計算するとき, FFT の複素乗算回数が直接計算における複素乗算回数より少なくなるのは, M がいくつ以上のときか。また, $N = 1024$ のとき, M の値を求めよ。
- (vii) FFT を用いて, 逆 DFT を計算するアルゴリズムを与えよ。

【2】 伝達関数 $H(z)$ が次式で与えられる因果的なシステム S を考える。

$$H(z) = \frac{z^2 + b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}.$$

- (i) システム S の入出力差分方程式を求めよ。また, システム S をブロック線図を用いて表現せよ。(ブロック線図: 信号の流れを表す矢印, 遅延器 D , 加算器 \oplus , 増幅器 (数字付きの \triangleright や \triangleleft) からなるシステムの表現)
- (ii) $a_1 = b_1 = 0$ かつ $a_0 \neq b_0$ のとき, システム S の極と零点を求めよ。また, システム S が BIBO 安定となるための条件を求めよ。
- (iii) $a_1 = -\frac{4}{3}, a_0 = \frac{1}{3}, b_1 = b_0 = 0$ のとき, システム S のインパルス応答を求めよ。
- (iv) $a_1 = a_0 = 0, b_1 = 1, b_0 = 0$ のとき, システム S の周波数応答を求め, 振幅特性と位相特性を図示せよ。

【3】 本講義の感想を述べよ (分量は任意とするが必ず記載すること)。