2004 年 2 月 6 日

# デジタル信号処理　試験問題（担当：馬場口 登）

【1】次の信号 $x[n]$ の離散時間フーリエ変換 DTFT を求めよ。

$$x[n] = (\frac{1}{4})^{|n|}$$

【2】以下の空欄を埋め、問に答えよ。

離散フーリエ変換 DFT は長さ $N$ の離散信号（データ系列）$x[n], n = 0, ..., N-1$ と長さ $N$ のスペクトル列 $X[k], k = 0, ..., N-1$ との変換（$N$ 点 DFT と呼ぶ）を定義したもので、$X[k] = \boxed{（あ）} W_N^{nk}$, 但し、$W_N = \exp(\boxed{（い）})$ である。$N$ 点 DFT を直接計算するには、$\boxed{（う）}$ 回の複素乗算と $\boxed{（え）}$ 回の複素加算が必要である。

高速フーリエ変換 FFT は、前述の乗加算の回数を減らすために考案されたアルゴリズムで、ある問題を部分問題に分割し、それらを解き、解を統合することによって元の問題をの解を与える $\boxed{（お）}$ 法に基づくものである。具体的には、$N$ 点 DFT を 2 回の $\boxed{（か）}$ 点 DFT に分割し、さらに $(N/2)$ 点 DFT を 2 回の $\boxed{（き）}$ 点 DFT に分割するという操作を繰り返し、最終的に $\boxed{（く）}$ 点 DFT に帰着させるのが FFT の考え方である。

FFT には時間間引き FFT と $\boxed{（け）}$ 間引き FFT が知られており、何れの場合も $N$ 点 DFT を $(1/2)N\log_2 N$ 回の複素乗算と $\boxed{（こ）}$ 回の複素加算で実行することができる。

(1) 図 1 の空欄を埋め、8 点 DFT を計算する時間間引き FFT の信号流れ図を完成させよ。

(2) FFT における複素乗算の数は、±1 の乗算の扱いを考慮すると、さらに減らすことが可能となる。FFT における基本計算単位であるバタフライ演算を図 2 から図 3 へ同値変形する。図 3 の複素乗算は 1 回のみである。図 3 の空欄を埋めよ。

(3) 図 3 の構造を利用して、問 (1) の信号流れ図を再構成し図示せよ。

(4) 問 (3) の場合に複素乗算（±1 の乗算は除く）の回数は何回か。

(5) 問 (2)〜(4) の前提において、16 点 DFT では何回の複素乗算が必要か。

(6) 問 (2)〜(5) の前提において、$N$ 点 DFT の複素乗算の回数を $T(c)$ とするとき（$N = 2^c$）、$T(c)$ と $T(c-1)$ の関係（漸化式）を与え、$T(c)$ を求めよ。

【番外】本講義の感想を述べよ。（分量は任意とするが必ず記載すること）

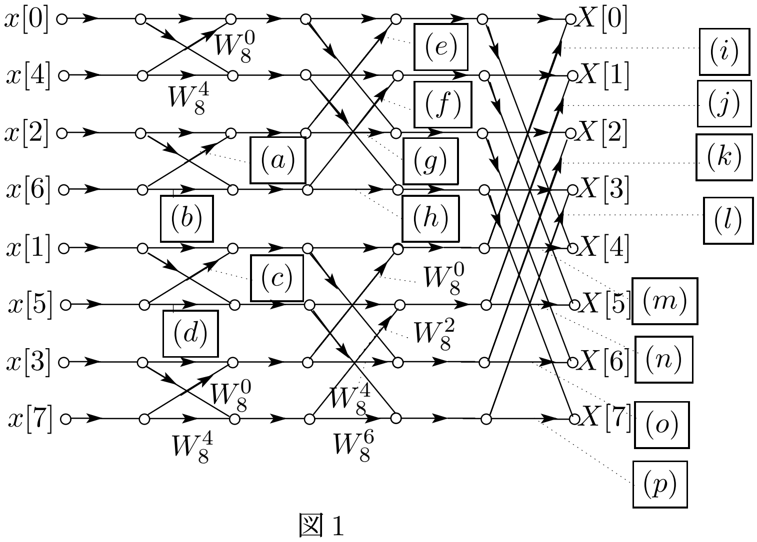


図 1

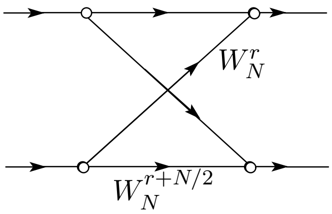


図 2

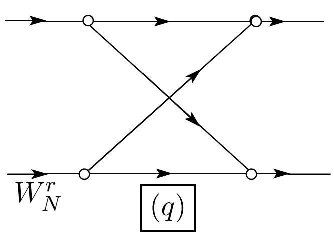


図 3